2.1 Таблицы.

Мы уже говорили, что результаты измерений следует представлять в виде таблиц и при необходимости графиков. Позволим себе дать несколько рекомендаций по их оформлению. Начиная с этого пункта, дальнейшее изложение будем проводить с помощью конкретных примеров - перейдем от голого обобщенного умствования к животворящей эмпирии.

Итак, экспериментальная задача (не пугайтесь ее сложности): **измерить объем спичечного коробка.** *Оборудование: коробок, линейка.*

Изучение условия (*линейка деревянная есть, коробок картонный, помятый и пустой, в наличии*), построение теоретической модели (*после несложных преобразований можно получить, что объем коробка рассчитывается по формуле* $V = abc$, *где* a, b, c *- длина, ширина и высота коробка*), разработку экспериментальной установки (*что лучше прикладывать линейку к коробку, или коробок к линейке*), проведение предварительных измерений (*длина линейки больше длины коробка - измерения проводить можно*) опустим, перейдем к непосредственно к результатам измерений, которые представим в Таблице 1.

Таблица 1.

Физическая величина	$a(мм)$	$b(мм)$	$c(мм)$
Результаты измерений	52,0	36,0	14,0
	51,0	37,0	16,0
	51,5	36,0	15,5
среднее	51,5	36,3	15,2
приборная погрешность	0,5	0,5	0,5
случайная погрешность	0,8	1,0	0,8
полная погрешность	0,94	1,1	0,94

Так как коробок старый и помятый, то нет ничего удивительного, что результаты измерений его размеров (проведенные, конечно с разных сторон, и в разных местах) различны. Правила расчета погрешностей рассмотрим позднее, здесь обратим внимание на следующие детали составления таблице:

1) Все графы таблицы подписаны;
2) Для физических величин указаны размерности;
3) Измерения проведены с максимально возможной точностью (половина цены деления), одинаковой для всех результатов;
4) В той же таблице приведены результаты обработки результатов прямых измерений (среднее и погрешности - формулы для их расчета должны быть указаны в тексте).

2.2 Графики.

Покажем, как следует грамотно оформить график полученной экспериментальной зависимости, решив следующую задачу.

<u>Задача:</u> Построить зависимость высоты уровня воды в вазе от количества налитой в нее воды.

Результаты измерений приведены в **Таблице 2** (V - объем налитой воды, h - высота уровня).

Таблица 2.

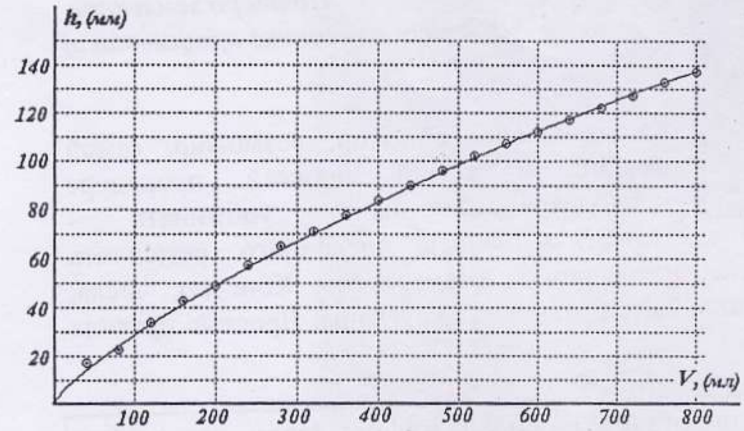
$V \cdot 10^{-2}, (см^3)$	0,40	0,80	1,20	1,60	2,00	2,40	2,80	3,20	3,60	4,00
$h, (мм)$	17	23	34	43	49	57	65	71	78	84
$V \cdot 10^{-2}, (см^3)$	4,40	4,80	5,20	5,60	6,00	6,40	6,80	7,20	7,60	8,00
$h, (мм)$	90	96	102	107	112	117	122	127	133	137

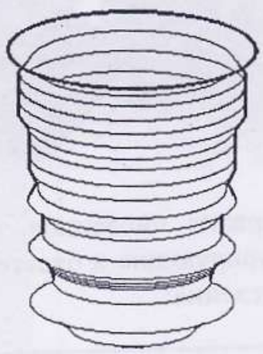
Заметьте, что для экономии места, никто не запрещает расположить таблицу горизонтально, кроме того, общий десятичный множитель вынесен в заголовок строки (допустима также запись $V, (10^2\, см^3)$) в остальном требования остаются прежними.

Теперь можно приступить к построению графика полученной зависимости. Возможная последовательность выполнения этой задачи следующая:

1) Выбираем кусок листа миллиметровой бумаги, размеры которого не меньше, чем половина стандартного тетрадного листа (иначе ваши экспериментальные точки трудно будет найти);
2) Рисуем оси координат, подписываем их и размечаем (не обязательно каждую ось начинать с нуля, масштаб подбирают так, чтобы график занимал большую часть отведенного ему места, а не шел параллельно одной из осей);
3) Наносим экспериментальные точки, каждую из них помечаем (например, обводим кружком), при возможности отмечаем размер погрешности измерений в виде вертикального отрезка прямой;
4) Проводим линию зависимости, которая, по вашему мнению, отражает ход полученной зависимости; если это должна быть прямая, то и рисуйте ее прямой; совсем не обязательно, чтобы линия проходила через все экспериментальные точки - они же известны с некоторой погрешностью.

Пример выполнения этих требований для рассматриваемой задачи показан на рисунке.





Что можно сделать с этими данными? Если надо, то можно попытаться восстановить форму сосуда, с которым проводились измерения. Действительно, изменение высоты уровня жидкости в сосуде (осесимметричном) связано с объемом налитой воды очевидным соотношением $\Delta V = \pi r^2 \Delta h$, где r - радиус сосуда на данной высоте. Из этой формулы можно приблизительно рассчитать значения радиусов на различных высотах, то есть восстановить форму сосуда. Результат таких расчетов показан на следующем рисунке. *Может на самом деле форма сосуда несколько отличается от приведенной, но полученный рисунок реально получен из построенного ранее графика. Разве не очевидно?*

2.3 Запись численного результата.

Полтора землекопа.
(Ответ в учебнике арифметики)

К сожалению, об этой, возможно, самой важной и самой простой процедуре приходится постоянно упоминать - грамотная запись численного результата содержит: численное значение, погрешность, размерность. Конечно, числа, фигурирующие в ответе, должны быть правильно округлены. Простые правила округления:

погрешность округляется до одной значащей цифры (если эта цифра единица, то следует округлять до двух значащих цифр), численное значение результата округляется так, чтобы последний его разряд совпадал с последним разрядом округленной погрешности.

Приведем несколько примеров.

1) В результате расчетов получены следующие значения объема сосуда $V = 234{,}3666 см^3$, с погрешностью $\Delta V = 3{,}235 см^3$. Грамотная запись окончательного результата $V = (234 \pm 3) см^3$.

2) Значение резонансной частоты колебательного контура $\nu = 12645 Гц$, ее погрешность $\Delta\nu = 200 Гц$. Правильно записанное значение погрешности с одной значащей цифрой имеет вид $\Delta\nu = 0{,}2 \cdot 10^3 Гц$ (не запрещено $\Delta\nu = 2 \cdot 10^2 Гц$), поэтому запись результата должна быть в виде

$\nu = (12{,}6 \pm 0{,}2) \cdot 10^3 Гц$.

Обращайте внимание на запись результатов в тех задачах, которые приводятся в этой книге, при наличии ошибок - сообщите о них авторам, вознаграждение гарантируется!

Теперь мы можем закончить выполнение Задачи 1:

Рассчитываем объем коробка по полученной ранее формуле (обратите внимание – используем только средние значения измеренных длин сторон):

$$V = \langle a\rangle\langle b\rangle\langle c\rangle = 51{,}5 \cdot 36{,}3 \cdot 15{,}2 = 28415{,}64\, мм^3 \approx 28{,}42\, см^3.$$

(Это промежуточный результат, поэтому округляем с одной запасной цифрой).

Рассчитываем погрешность косвенного измерения

$$\Delta V = V\sqrt{\left(\frac{\Delta a}{\langle a\rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{\langle b\rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{\langle c\rangle}\right)^2} = 28{,}42\sqrt{\left(\frac{0{,}94}{51{,}5}\right)^2 + \left(\frac{1{,}1}{36{,}3}\right)^2 + \left(\frac{0{,}94}{15{,}2}\right)^2} = 2{,}02 см^3$$

Записываем окончательный результат с учетом правил округления:

$$V = (28 \pm 2) см^3.$$

Для большего «блеска» можно также привести относительную погрешность полученного результата

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V} = \frac{2}{28} \approx 7\%$$

2.4 Действия с приближенными числами.

Если от миллиона отнять несколько тысяч,
то все равно останется миллион.
О.Бендер

Все числа, являющиеся результатами измерений, поэтому арифметические действия над ними должны вестись по правилам действий с приближенными числами. Эти правила изучают в школе на уроках арифметики, они подробно описываются в специальной литературе. Поэтому здесь мы их приведем без доказательств, позволив их себе только проиллюстрировать несколькими примерами.

При сложении (вычитании) двух и более чисел результат округляют так, чтобы последний разряд результата совпадал с последним разрядом наименее точного слагаемого. Примеры:

1) $2+2=4$;
2) $259+12{,}3=271$;
3) $6{,}02\cdot 10^{23}-5{,}3645\cdot 10^{15}=6{,}02\cdot 10^{23}$;
4) $100{,}3-100=0$

Заметим, что с точки зрения действия над приближенными числами операция вычитания является самой неблагополучной - разность двух больших и близких чисел может иметь очень большую относительную погрешность, поэтому, по возможности, таких действий следует избегать.

При умножении (делении) в результате оставляют столько значащих цифр, сколько их в наименее точном сомножителе. Примеры:

1) $2\times 2=4$;
2) $20\times 2=4\cdot 10^{1}$;
3) $245/71=3{,}5$;
4) $1{,}5643\cdot 10^{7}/2{,}3098\cdot 10^{-3}=0{,}6772\cdot 10^{10}$.

При вычислении простейших функций (степенных, тригонометрических, логарифмических, показательных) в результате оставляют столько же значащих цифр, как и у аргумента функции. Это правило является приближенным, при необходимости, в каждом конкретном случае можно разумно оценить погрешность функции, если известна погрешность аргумента. Так при малых относительных погрешностях аргумента можно воспользоваться приближенной формулой $F(x_0\pm\Delta x)\approx F(x_0)\pm F'(x_0)\Delta x$.